

2018年6月 問15

一番優しい、統計学の教本

吉田

問 15 「冬は北からの風が多い」と言われている。そのことを確かめるために、ある都市について、2017年1月1日から12月31日までの毎日の最多風向（以下「風向」）を調べた。冬季（1月、2月、11月、12月）とそれ以外の季節とに分けて「風向が北（北西、北北西、北、北北東、北東）の日」とそうでない日とを集計したところ、次の表を得た。

		風 向	
		北	それ以外
季 節	冬季	105	15
	それ以外	102	143

[1] 季節と風向の独立性の下での「冬季」に「風向が北である」期待度数として、次の①～⑤のうちから最も適切なものを一つ選べ。 31

- ① 41.15 ② 51.95 ③ 68.05 ④ 106.05 ⑤ 138.95

- [2] 季節と風向の独立性の検定を行うための χ^2 統計量の計算式として、次の ① ~ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 32

① $\frac{(105 - 68.05)^2}{105} + \frac{(15 - 51.95)^2}{15} + \frac{(102 - 138.95)^2}{102} + \frac{(143 - 106.05)^2}{143}$

② $\frac{(105 - 68.05)^2}{68.05} + \frac{(15 - 51.95)^2}{51.95} + \frac{(102 - 138.95)^2}{138.95} + \frac{(143 - 106.05)^2}{106.05}$

③ $\frac{(105 - 68.05)^2 + (15 - 51.95)^2 + (102 - 138.95)^2 + (143 - 106.05)^2}{365}$

④ $\left(\frac{105 - 68.05}{105}\right)^2 + \left(\frac{15 - 51.95}{15}\right)^2 + \left(\frac{102 - 138.95}{102}\right)^2 + \left(\frac{143 - 106.05}{143}\right)^2$

⑤ $\left(\frac{105 - 68.05}{68.05}\right)^2 + \left(\frac{15 - 51.95}{51.95}\right)^2 + \left(\frac{102 - 138.95}{138.95}\right)^2 + \left(\frac{143 - 106.05}{106.05}\right)^2$

[3] この表を用いて独立性の検定を行った際の結論について、次の①～⑤のうちから最も適切なものを一つ選べ。ただし、設問〔2〕の選択肢①～⑤の値は、それぞれ約 126.96, 69.04, 14.96, 6.39, 0.99 であることを用いてよい。 33

- ① χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の下側 5% 点よりも大きいので、有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち、風向と季節には関連があるとはいえない。
- ② χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の下側 5% 点よりも大きいので、有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち、風向と季節には関連があるといえる。
- ③ χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の両側 5% 点よりも大きいので、有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち、風向と季節には関連があるといえる。
- ④ χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の上側 5% 点よりも大きいので、有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち、風向と季節には関連があるとはいえない。
- ⑤ χ^2 統計量の値が自由度 1 の χ^2 分布の上側 5% 点よりも大きいので、有意水準 5% で帰無仮説を棄却する。すなわち、風向と季節には関連があるといえる。

知っておくべき知識

- 2×2 分割表の基礎知識
- χ^2 乗検定の基礎知識

問題文の表から期待度数の表を作成する

与えられた表	北	それ以外	合計
冬季	105	15	120
それ以外	102	143	245
合計	207	158	365

期待度数の表	北	それ以外	合計
冬季	$365 \times \frac{120}{365} \times \frac{207}{365} = 68.05$	$365 \times \frac{120}{365} \times \frac{158}{365} = 51.95$	120
それ以外	$365 \times \frac{245}{365} \times \frac{207}{365} = 138.95$	$365 \times \frac{245}{365} \times \frac{158}{365} = 106.05$	245
合計	207	158	

正解: 3

χ^2 乗値の計算方法

$$\chi^2 = \frac{(\text{得られたデータ} - \text{期待度数})^2}{\text{期待度数}}$$

$$\chi^2 = \frac{(105 - 68.05)^2}{68.05} + \frac{(15 - 51.95)^2}{51.95} + \frac{(102 - 138.95)^2}{138.95} + \frac{(143 - 106.05)^2}{106.05}$$

正解: 2

χ²乗検定の基礎知識

■ 分割表の自由度：(行の数-1)*(列の数-1)

□ <https://best-biostatistics.com/contingency/degree-freedom.html>

$$\chi^2 = \frac{(105 - 68.05)^2}{68.05} + \frac{(15 - 51.95)^2}{51.95} + \frac{(102 - 138.95)^2}{138.95} + \frac{(143 - 106.05)^2}{106.05}$$

$$\chi^2 = 69.04 > 3.84$$



風向と季節には関連がある

ν	α							
	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01
1	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63
2	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21
3	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34
4	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28
5	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09
6	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.50	14.45	16.81

正解: 5